

# Modélisation des flux de gènes: Quand les Bayésiens se mêlent de la question OGM.

**Arnaud Bensadoun**

En collaboration avec:

Antoine Messéan, Hervé Monod, Frédérique Angevin, David Makowski

Rencontre AppliBUGS

20 Juin 2013



# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte
  - Besoins
- 2 Matériels et Méthodes
  - Données
  - Modèles de l'espérance
  - Modèles d'observations
- 3 Résultats
  - Estimation
  - Prédications
  - Choix de modèles
- 4 Discussions

# Plan

## 1 Introduction

- Contexte
- Besoins

## 2 Matériels et Méthodes

- Données
- Modèles de l'espérance
- Modèles d'observations

## 3 Résultats

- Estimation
- Prédications
- Choix de modèles

## 4 Discussions

# Plan

## 1 Introduction

- Contexte
- Besoins

## 2 Matériels et Méthodes

- Données
- Modèles de l'espérance
- Modèles d'observations

## 3 Résultats

- Estimation
- Prédications
- Choix de modèles

## 4 Discussions

## Contexte de la coexistence

- Plusieurs types de cultures existent :  
Conventionnel, biologique ou biotechnologique (OGM).
- Chaque agriculteur doit pouvoir choisir le mode de production qu'il souhaite.  
⇒ Dispersion de pollen  
⇒ Risque de pollinisation croisée
- Le consommateur doit pouvoir choisir le produit qu'il souhaite consommer en connaissance de cause.  
⇒ Contrôle, Valeur seuil, étiquetage

## Contexte de la coexistence

- Plusieurs types de cultures existent :  
Conventionnel, biologique ou biotechnologique (OGM).
- Chaque agriculteur doit pouvoir choisir le mode de production qu'il souhaite.  
⇒ Dispersion de pollen  
⇒ Risque de pollinisation croisée
- Le consommateur doit pouvoir choisir le produit qu'il souhaite consommer en connaissance de cause.  
⇒ Contrôle, Valeur seuil, étiquetage

### Enjeux

⇒ Assurer la séparation des filières compte tenu des risques de présence fortuite de transgène dans des lots considérés comme non OGM.

## Règlementation et distance d'isolement

Commission Européenne formule des recommandations pour l'établissement de mesures de coexistence :

## Règlementation et distance d'isolement

Commission Européenne formule des recommandations pour l'établissement de mesures de coexistence :

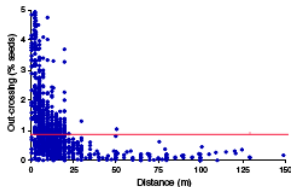
- Fonder ses décisions sur des résultats scientifiques
- Prendre des mesures spécifiques en fonction des espèces et variétés mais aussi du contexte régional



## Règlementation et distance d'isolement

Commission Européenne formule des recommandations pour l'établissement de mesures de coexistence :

- Fonder ses décisions sur des résultats scientifiques
- Prendre des mesures spécifiques en fonction des espèces et variétés mais aussi du contexte régional



**Figure:** Taux de pollinisation croisée en fonction de la distance à la source OGM

*Source :* Riesgo et al., 2010

## Règlementation et distance d'isolement

Commission Européenne formule des recommandations pour l'établissement de mesures de coexistence :

- Fonder ses décisions sur des résultats scientifiques
- Prendre des mesures spécifiques en fonction des espèces et variétés mais aussi du contexte régional

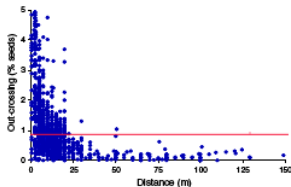


Figure: Taux de pollinisation croisée en fonction de la distance à la source OGM

Source : Riesgo et al., 2010

## Enjeux

- ⇒ Adapter les règles de coexistence à la diversité des situations possibles.
- ⇒ Intégrer la variabilité et les incertitudes dans la prise de décision.

## Règlementation et distance d'isolement

Etat membre	Maïs conventionnel	Maïs biologique
Allemagne	150	300
Autriche	∅	∅
Belgique	∅	∅
Danemark	150	150
Espagne	∅	∅
Finlande	∅	∅
France	∅	∅
Hongrie	400	400
Irlande	50	75
Italie	∅	∅
Lettonie	200	200
Lituanie	200	200
Luxembourg	600	600
Pays-Bas	25	250
Portugal	200	300
Rép. Tchèque	70	200
Roumanie	200	200
Slovaquie	200	300
Suède	50	50

Table 1 : Distance d'isolement (en m) entre OGM et nonOGM proposées dans différents Etats membre (hors production de semences)

# Plan

## 1 Introduction

- Contexte
- **Besoins**

## 2 Matériels et Méthodes

- Données
- Modèles de l'espérance
- Modèles d'observations

## 3 Résultats

- Estimation
- Prédictions
- Choix de modèles

## 4 Discussions

## Connaissances et Besoins

- Connaissances sur les risques de mélange et en particulier sur les flux de gènes.  
⇒ Bases de données de résultats d'expérimentations au champ
- Modèles génériques de la dispersion du transgène à l'échelle des paysages :  
modèles MAPOD sur maïs (Angevin et al., 2008) et GeneSys sur colza (Colbach et al., 2001)

## Connaissances et Besoins

- Connaissances sur les risques de mélange et en particulier sur les flux de gènes.  
⇒ Bases de données de résultats d'expérimentations au champ
- Modèles génériques de la dispersion du transgène à l'échelle des paysages : modèles MAPOD sur maïs (Angevin et al., 2008) et GeneSys sur colza (Colbach et al., 2001)

### Objectifs de l'étude

- Elaboration de modèles simplifiés
- Quantification de l'incertitude des prédictions
- Intégration de la variabilité et des incertitudes dans la prise de décision
- Valorisation de données hétérogènes à l'échelle du paysage



**Intérêt de l'approche bayésienne**

# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte
  - Besoins
- 2 **Matériels et Méthodes**
  - Données
  - Modèles de l'espérance
  - Modèles d'observations
- 3 Résultats
  - Estimation
  - Prédications
  - Choix de modèles
- 4 Discussions

# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte
  - Besoins
- 2 **Matériels et Méthodes**
  - **Données**
  - Modèles de l'espérance
  - Modèles d'observations
- 3 Résultats
  - Estimation
  - Prédications
  - Choix de modèles
- 4 Discussions



## Dispositifs Expérimentaux

Les flux de gènes sur maïs ont été étudiés selon deux types de dispositif :

- Une seule parcelle émettrice (une ou plusieurs parcelles réceptrices). Dispositif le plus courant
- Dispositifs multisources (plusieurs émetteurs) à l'échelle du paysage dans des situations réelles de coexistence.

## Dispositifs Expérimentaux

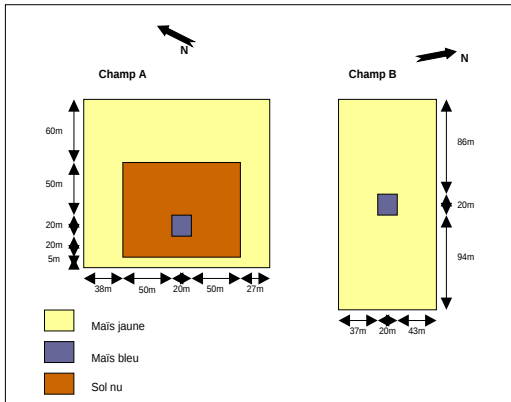
Les flux de gènes sur maïs ont été étudiés selon deux types de dispositif :

- Une seule parcelle émettrice (une ou plusieurs parcelles réceptrices). Dispositif le plus courant
- Dispositifs multisources (plusieurs émetteurs) à l'échelle du paysage dans des situations réelles de coexistence.

Observations :

- $y(s)$  : nombre de grains contenant le transgène en un point  $s$
- $\bar{N}$  : Nombre moyen de grains par épi

## Dispositif "Mono-source" (France)



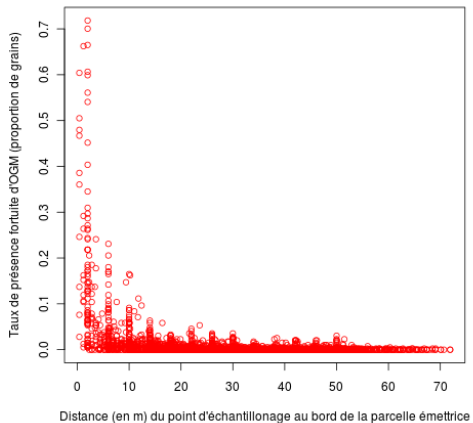
## Dispositif “Mono-source” (Pays-Bas)



## Dispositif "Multi-sources" (Espagne)



## Exemple - Données : Essai Montargis 1998



# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte
  - Besoins
- 2 **Matériels et Méthodes**
  - Données
  - **Modèles de l'espérance**
  - Modèles d'observations
- 3 Résultats
  - Estimation
  - Prédictions
  - Choix de modèles
- 4 Discussions

## Fonction de dispersion individuelle

*Fonction de dispersion individuelle :*

$\gamma_{\theta}(s, s')$  représente la probabilité qu'un grain de pollen émis en  $s'$  tombe et fertilise une plante en  $s$ .



## Fonction de dispersion individuelle

*Fonction de dispersion individuelle :*

$\gamma_\theta(s, s')$  représente la probabilité qu'un grain de pollen émis en  $s'$  tombe et fertilise une plante en  $s$ .

*Plusieurs fonction de dispersion individuelle existent dans la littérature :*

Normal Inverse Gaussian (*Klein et al., 2003*)

$$\gamma_{NIG}(x, y) = \frac{\delta_x \delta_y e^{\lambda z}}{2\pi} \frac{q(x, y)^{-1/2} + p^{1/2}}{q(x, y)} e^{-\sqrt{pq(x, y)}} e^{x\delta_x \lambda_x + y\delta_y \lambda_y}$$

Avec récepteur en  $(x, y)$  et émetteur en  $(0, 0)$

## Fonction de dispersion individuelle

*Fonction de dispersion individuelle :*

$\gamma_{\theta}(s, s')$  représente la probabilité qu'un grain de pollen émis en  $s'$  tombe et fertilise une plante en  $s$ .

*Plusieurs fonction de dispersion individuelle existent dans la littérature :*

Bivariate Student (*Clark, 1998*)

$$\gamma_{2Dt}(r, \omega) = \frac{b-1}{\pi a^2} \left(1 + \frac{r^2}{a^2}\right)^{-b} e^{\kappa c \cos(\omega - \omega_0)}$$

Avec récepteur en  $(x, y)$  et émetteur en  $(0, 0)$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$  et  $\omega$  l'angle entre  $(0, 0)$  et  $(x, y)$

## Fonction de dispersion individuelle

*Fonction de dispersion individuelle :*

$\gamma_{\theta}(s, s')$  représente la probabilité qu'un grain de pollen émis en  $s'$  tombe et fertilise une plante en  $s$ .

*Plusieurs fonction de dispersion individuelle existent dans la littérature :*

Exponential (*Damgaard et al., 2005*)

$$\gamma_{Expo}(r^*) = \begin{cases} e^{-a_1 r^*} & r^* \leq D \\ e^{-a_1 D - a_2 r^*} & r^* \geq D \end{cases}$$

Avec récepteur en  $(x, y)$  et émetteur en  $(0, 0)$

$$r^* = r \times (1 - \theta_v \cos(\omega - \omega_0)) \text{ et } r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

## Modèle de l'espérance

2 Approches possibles pour une même fonction  $\gamma_\theta(s, s')$

## Modèle de l'espérance

*Approche Dispersion Globale :*

L'espérance du nombre de grains marqués  $\mu_\theta$  en un point  $s$  dépend de la distance à l'émetteur OGM le plus proche.

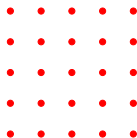
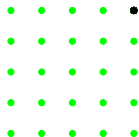
$$\mu_\theta = \bar{N} \times \gamma_\theta(s, s')$$

## Modèle de l'espérance

### *Approche Dispersion Globale :*

L'espérance du nombre de grains marqués  $\mu_\theta$  en un point  $s$  dépend de la distance à l'émetteur OGM le plus proche.

$$\mu_\theta = \bar{N} \times \gamma_\theta(s, s')$$

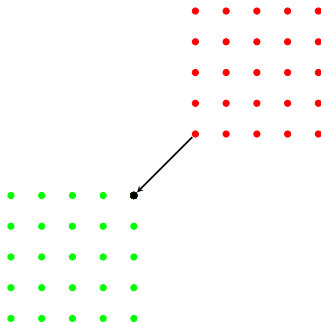


## Modèle de l'espérance

*Approche Dispersion Globale :*

L'espérance du nombre de grains marqués  $\mu_\theta$  en un point  $s$  dépend de la distance à l'émetteur OGM le plus proche.

$$\mu_\theta = \bar{N} \times \gamma_\theta(s, s')$$



## Modèle de l'espérance

*Approche Dispersion Individuelle :*

L'espérance du nombre de grains marqués  $\mu_\theta$  en un point  $s$  dépend du rapport entre les contributions des plantes OGM et les contributions de toute les plantes du paysage considéré.

$$\mu_\theta(s) = \bar{N} \times \frac{\int_{s' \in A} \gamma_\theta(s, s') ds'}{\int_{s' \in A} \gamma_\theta(s, s') ds' + \int_{s' \in B} \gamma_\theta(s, s') ds'}$$

Avec  $A$  : Champ OGM,  $B$  : Champ non OGM



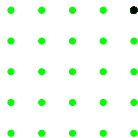
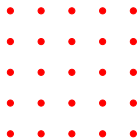
## Modèle de l'espérance

### *Approche Dispersion Individuelle :*

L'espérance du nombre de grains marqués  $\mu_\theta$  en un point  $s$  dépend du rapport entre les contributions des plantes OGM et les contributions de toute les plantes du paysage considéré.

$$\mu_\theta(s) = \bar{N} \times \frac{\int_{s' \in A} \gamma_\theta(s, s') ds'}{\int_{s' \in A} \gamma_\theta(s, s') ds' + \int_{s' \in B} \gamma_\theta(s, s') ds'}$$

Avec  $A$  : Champ OGM,  $B$  : Champ non OGM



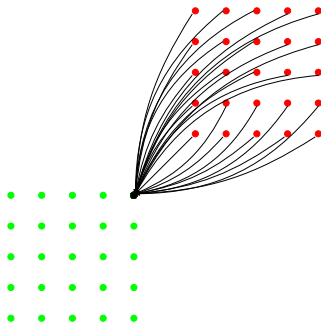
## Modèle de l'espérance

### *Approche Dispersion Individuelle :*

L'espérance du nombre de grains marqués  $\mu_\theta$  en un point  $s$  dépend du rapport entre les contributions des plantes OGM et les contributions de toute les plantes du paysage considéré.

$$\mu_\theta(s) = \bar{N} \times \frac{\int_{s' \in A} \gamma_\theta(s, s') ds'}{\int_{s' \in A} \gamma_\theta(s, s') ds' + \int_{s' \in B} \gamma_\theta(s, s') ds'}$$

Avec  $A$  : Champ OGM,  $B$  : Champ non OGM



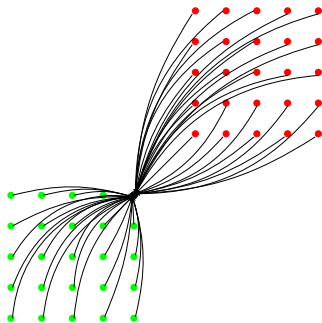
## Modèle de l'espérance

### *Approche Dispersion Individuelle :*

L'espérance du nombre de grains marqués  $\mu_\theta$  en un point  $s$  dépend du rapport entre les contributions des plantes OGM et les contributions de toute les plantes du paysage considéré.

$$\mu_\theta(s) = \bar{N} \times \frac{\int_{s' \in A} \gamma_\theta(s, s') ds'}{\int_{s' \in A} \gamma_\theta(s, s') ds' + \int_{s' \in B} \gamma_\theta(s, s') ds'}$$

Avec  $A$  : Champ OGM,  $B$  : Champ non OGM



# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte
  - Besoins
- 2 **Matériels et Méthodes**
  - Données
  - Modèles de l'espérance
  - **Modèles d'observations**
- 3 Résultats
  - Estimation
  - Prédications
  - Choix de modèles
- 4 Discussions

# Paradigme Bayésien

$$P(\theta|Y) \propto \pi(\theta) \times \mathcal{L}(Y|\theta)$$

Nécessite :

- Des données  $Y$
- Des connaissances *a priori*  $\pi(\cdot)$  sur les paramètres  $\theta$
- Une fonction de vraisemblance  $\mathcal{L}(Y|\theta)$

⇒ Requiert la définition d'un modèle probabiliste reliant les observations aux paramètres du modèle.

## Modèles d'observations

Observation de comptages d'évènements relativement rares

⇒ Modèle de Poisson

$$Y \sim \mathcal{P}(\mu') \quad (1)$$

## Modèles d'observations

Observation de comptages d'évènements relativement rares

⇒ Modèle de Poisson

$$Y \sim \mathcal{P}(\mu') \quad (1)$$

Mais observations très variables ET sur-représentation de zéros

⇒ Modèle de Poisson Zéro Inflaté

$$Y \sim ZIP(1 - q, \mu') \quad (2)$$

⇔

$$Y|Z = 0 \sim \delta(\{0\})$$

$$Y|Z = 1 \sim \mathcal{P}(\mu')$$

## Modèles d'observations

Observation de comptages d'évènements relativement rares

⇒ Modèle de Poisson

$$Y \sim \mathcal{P}(\mu')$$
 (1)

Mais observations très variables ET sur-représentation de zéros

⇒ Modèle de Poisson Zéro Inflaté

$$Y \sim ZIP(1 - q, \mu')$$
 (2)

⇔

$$Y|Z = 0 \sim \delta(\{0\})$$

$$Y|Z = 1 \sim \mathcal{P}(\mu')$$

$$Z \sim \text{Bern}(q)$$

$$\text{logit}(q) = \beta_1(\beta_2 - d)$$



## Modèles d'observations

Gestion de la variabilité supplémentaire

⇒ Modèle normal pour l'espérance

$$\mu' = \mu_\theta \quad (3)$$

$$\mu' \sim \mathcal{N}(\mu_\theta, \sigma^2) \quad (4)$$

$$\mu' \sim \mathcal{N}(\mu_\theta, \mu_\theta \times \sigma^2) \quad (5)$$

## Protocole de simulation

- Trois fonctions de dispersion individuelle  $\gamma_\theta$  : NIG, 2Dt, Exponentielle
- Deux approches pour  $\gamma_\theta$  : Globale et Individuelle
- Deux modèles d'observations pour  $Y$  : Poisson, Poisson Zéro Inflaté
- Trois modèles pour l'espérance  $\mu'$  : Fixe, Normal, Normal à variance proportionnelle

## Protocole de simulation

- Trois fonctions de dispersion individuelle  $\gamma_\theta$  : NIG, 2Dt, Exponentielle
- Deux approches pour  $\gamma_\theta$  : Globale et Individuelle
- Deux modèles d'observations pour  $Y$  : Poisson, Poisson Zéro Inflaté
- Trois modèles pour l'espérance  $\mu'$  : Fixe, Normal, Normal à variance proportionnelle



### Plan factoriel complet

$$3_{\gamma_\theta} \times 2_{Approches} \times 2_{observations} \times 3_{esperances} = 36 \text{ Modèles}$$

## Plan d'expérience

Distribution $Y$	IDF $\gamma_\theta$	Distribution $\mu'$
$\mathcal{P}(\mu')$	Exponential	$\mu$
$\mathcal{P}(\mu')$	Exponential	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$\mathcal{P}(\mu')$	Exponential	$\mathcal{N}(\mu, \mu\sigma^2)$
$\mathcal{P}(\mu')$	2Dt	$\mu$
$\mathcal{P}(\mu')$	2Dt	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$\mathcal{P}(\mu')$	2Dt	$\mathcal{N}(\mu, \mu\sigma^2)$
$\mathcal{P}(\mu')$	NIG	$\mu$
$\mathcal{P}(\mu')$	NIG	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$\mathcal{P}(\mu')$	NIG	$\mathcal{N}(\mu, \mu\sigma^2)$
$ZIP(1 - q, \mu')$	Exponential	$\mu$
$ZIP(1 - q, \mu')$	Exponential	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$ZIP(1 - q, \mu')$	Exponential	$\mathcal{N}(\mu, \mu\sigma^2)$
$ZIP(1 - q, \mu')$	2Dt	$\mu$
$ZIP(1 - q, \mu')$	2Dt	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$ZIP(1 - q, \mu')$	2Dt	$\mathcal{N}(\mu, \mu\sigma^2)$
$ZIP(1 - q, \mu')$	NIG	$\mu$
$ZIP(1 - q, \mu')$	NIG	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$ZIP(1 - q, \mu')$	NIG	$\mathcal{N}(\mu, \mu\sigma^2)$

# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte
  - Besoins
- 2 Matériels et Méthodes
  - Données
  - Modèles de l'espérance
  - Modèles d'observations
- 3 Résultats
  - Estimation
  - Prédications
  - Choix de modèles
- 4 Discussions

# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte
  - Besoins
- 2 Matériels et Méthodes
  - Données
  - Modèles de l'espérance
  - Modèles d'observations
- 3 Résultats
  - Estimation
  - Prédications
  - Choix de modèles
- 4 Discussions

## Estimation des paramètres

Méthode d'estimation : Monte Carlo Markov Chain (MCMC)

Software : JAGS

Convergence : OK

Temps d'estimation : Selon modèle entre 3 et 12h

(Avant optimisation/simplification du calcul de l'intégrale entre 2 et 8 jours!)

## Estimation des paramètres

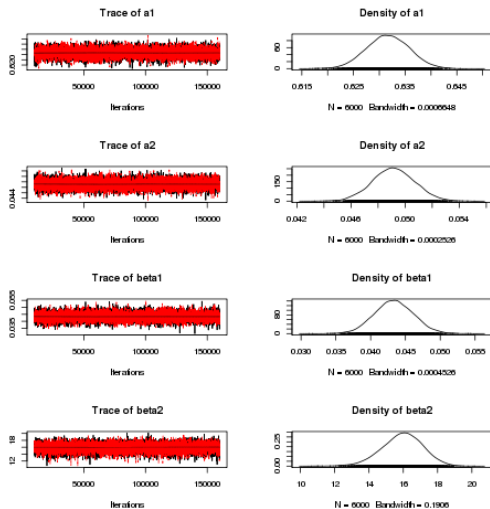


Figure: Trace et densité des paramètres



# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte
  - Besoins
- 2 Matériels et Méthodes
  - Données
  - Modèles de l'espérance
  - Modèles d'observations
- 3 Résultats
  - Estimation
  - **Prédictions**
  - Choix de modèles
- 4 Discussions

## Prédictions

Distribution $Y$	IDF $\gamma_\theta$	Distribution $\mu'$
$\mathcal{P}(\mu')$	Exponential	$\mu$
$\mathcal{P}(\mu')$	Exponential	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$\mathcal{P}(\mu')$	Exponential	$\mathcal{N}(\mu, \mu\sigma^2)$
$\mathcal{P}(\mu')$	2Dt	$\mu$
$\mathcal{P}(\mu')$	2Dt	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$\mathcal{P}(\mu')$	2Dt	$\mathcal{N}(\mu, \mu\sigma^2)$
$\mathcal{P}(\mu')$	NIG	$\mu$
$\mathcal{P}(\mu')$	NIG	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$\mathcal{P}(\mu')$	NIG	$\mathcal{N}(\mu, \mu\sigma^2)$
$ZIP(1 - q, \mu')$	Exponential	$\mu$
$ZIP(1 - q, \mu')$	Exponential	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$ZIP(1 - q, \mu')$	Exponential	$\mathcal{N}(\mu, \mu\sigma^2)$
$ZIP(1 - q, \mu')$	2Dt	$\mu$
$ZIP(1 - q, \mu')$	2Dt	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$ZIP(1 - q, \mu')$	2Dt	$\mathcal{N}(\mu, \mu\sigma^2)$
$ZIP(1 - q, \mu')$	NIG	$\mu$
$ZIP(1 - q, \mu')$	NIG	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
$ZIP(1 - q, \mu')$	NIG	$\mathcal{N}(\mu, \mu\sigma^2)$

# Prédictions

## Modèle de Poisson

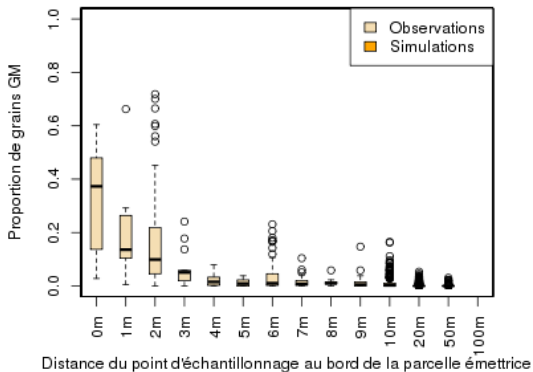


Figure: Observations en fonction de la distance

# Prédictions

## Modèle de Poisson

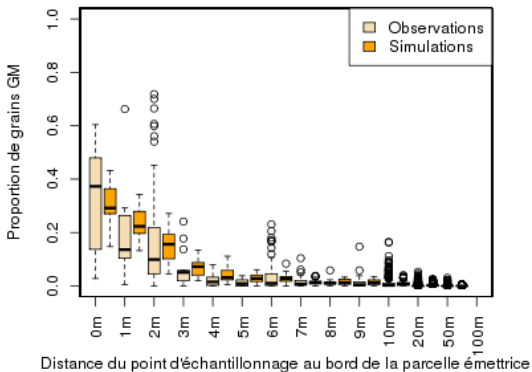


Figure: Observations en fonction de la distance vs Simulations avec le modèle Poisson 2Dt

# Prédictions

## Modèle de Poisson

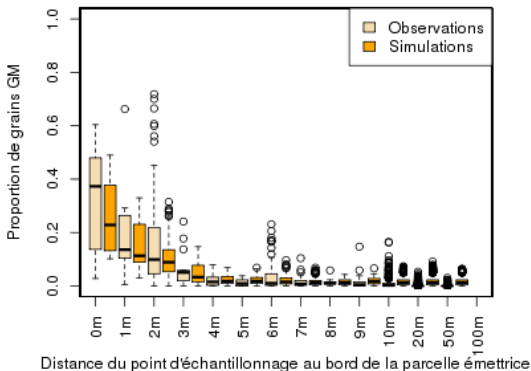


Figure: Observations en fonction de la distance vs Simulations avec le modèle Poisson 2Dt avec espérance normale

## Prédictions

### Modèle de Poisson

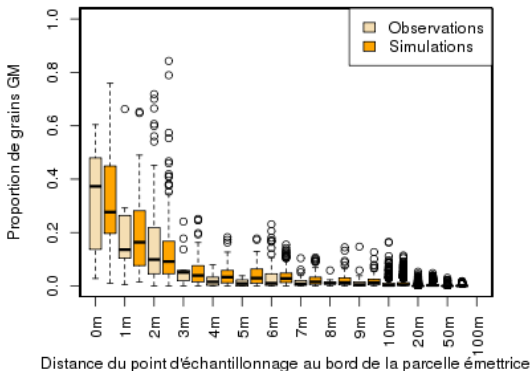


Figure: Observations en fonction de la distance vs Simulations avec le modèle Poisson 2Dt avec espérance normale à variance proportionnelle

# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte
  - Besoins
- 2 Matériels et Méthodes
  - Données
  - Modèles de l'espérance
  - Modèles d'observations
- 3 Résultats
  - Estimation
  - Prédictions
  - Choix de modèles
- 4 Discussions

## Choix de modèles

Pour chaque observation  $y(s)$  on a une distribution empirique prédictive  $F(s)$



## Choix de modèles

Pour chaque observation  $y(s)$  on a une distribution empirique prédictive  $F(s)$

Critères “classiques”

⇒ Considèrent uniquement la réponse moyenne  $\hat{Y}_s = \mathbb{E}_{F(s)}$  :

- Correlation :  $r = \frac{\sigma_{Y\hat{Y}}}{\sigma_Y\sigma_{\hat{Y}}}$
- Root mean squared error :  $RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_1^N (y_s - \hat{Y}_s)^2}$
- Modelling efficiency :  $EF = 1 - \frac{\sum_{s=1}^N (Y_s - \hat{Y}_s)^2}{\sum_{s=1}^N (Y_s - \mathbb{E}_Y)^2}$

Critères “Bayésiens”

⇒ Considèrent toute la distribution :

- $DIC = p_D + \bar{D}$
- $CRPS(F(s), y(s)) = \frac{1}{2} \mathbb{E}_{F(s)} |Y - Y'| - \mathbb{E}_{F(s)} |Y - y(s)|$

## Choix de modèles

1 jeu de données d'entraînement

- Estimation
- Prédiction
- Calcul de critères

## Choix de modèles

### 1 jeu de données d'entraînement

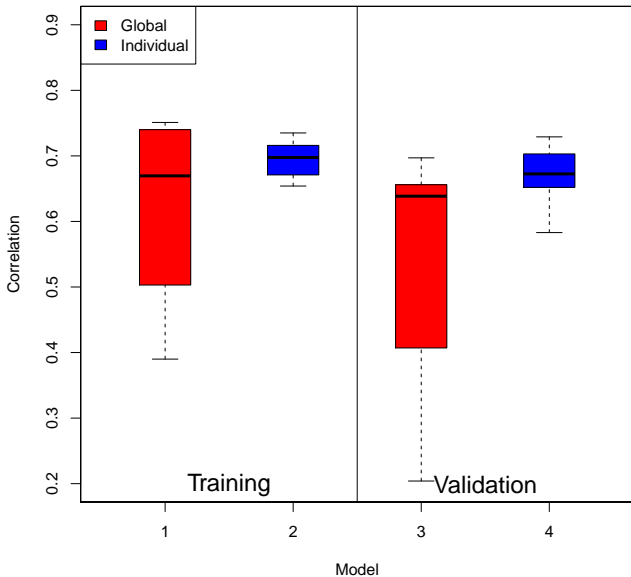
- Estimation
- Prédiction
- Calcul de critères

### 1 jeu de données de validation

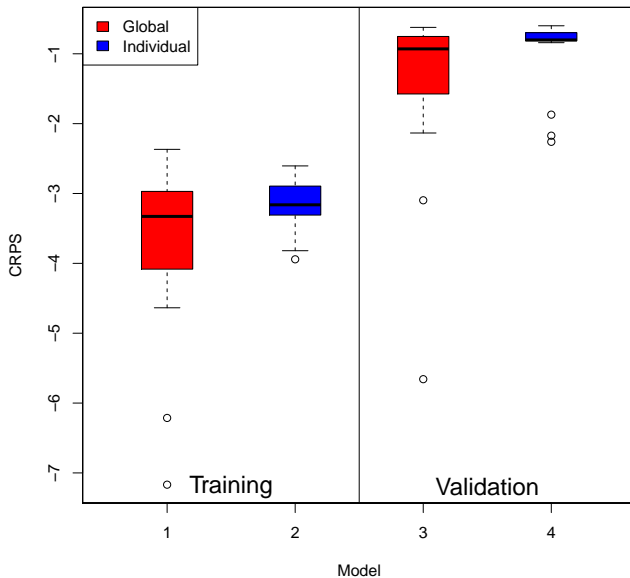
- Prédiction avec  $\theta$  estimés sur jeu d'entraînement
- Calcul de critères

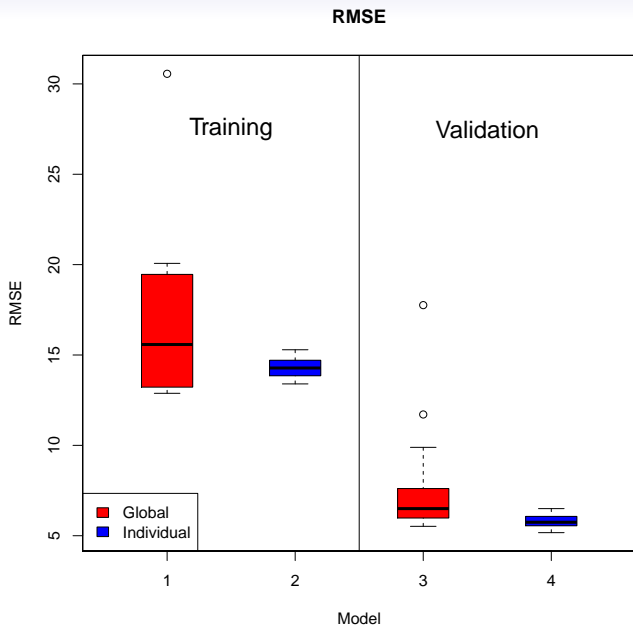


## Correlation



## CRPS





# Plan

- 1 Introduction
  - Contexte
  - Besoins
- 2 Matériels et Méthodes
  - Données
  - Modèles de l'espérance
  - Modèles d'observations
- 3 Résultats
  - Estimation
  - Prédications
  - Choix de modèles
- 4 Discussions



## Discussions

- Méthodes bayésiennes
  - Application aux modèles de dispersion individuelle
  - Prise en compte de la variabilité

## Discussions

- Méthodes bayésiennes
  - Application aux modèles de dispersion individuelle
  - Prise en compte de la variabilité
- Meilleure qualité d'ajustement pour l'approche globale
- Meilleure qualité prédictive pour l'approche individuelle

## Discussions

- Méthodes bayésiennes
  - Application aux modèles de dispersion individuelle
  - Prise en compte de la variabilité
- Meilleure qualité d'ajustement pour l'approche globale
- Meilleure qualité prédictive pour l'approche individuelle
- Sélection de modèle
  - Meilleur modèle ?
  - Modèle moyen : *Bayesian Model Averaging* ?

## Discussions

- Méthodes bayésiennes
  - Application aux modèles de dispersion individuelle
  - Prise en compte de la variabilité
- Meilleure qualité d'ajustement pour l'approche globale
- Meilleure qualité prédictive pour l'approche individuelle
- Sélection de modèle
  - Meilleur modèle ?
  - Modèle moyen : *Bayesian Model Averaging* ?
- Extension au multi-sources
  - Prise en compte du paysage
  - Obtention de covariables à cette échelle
  - Temps de calcul

# Merci pour votre attention

Des questions ?

*“La vie c’est comme une chaîne de Markov, on ne sait jamais sur quoi on va tomber !”*

