

# Incertitudes météorologique et hydrologique : investigation bayésienne sur la prévision probabiliste des débits (pour la production hydro-électrique)

Éric Parent & Marie Courbariaux

INRA/AgroParisTech, UMR518 MIA, 75231 Paris, France

**Partenaires** : P. Barbillon (AgroParisTech), A.-C. Favre (LTHE), L. Perreault (IREQ), J. Gailhard et R. Garçon(EDF-DTG)

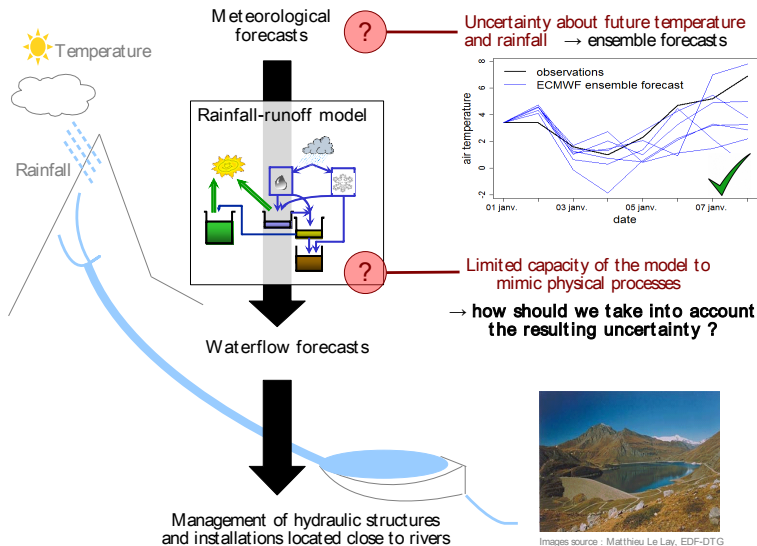
AppliBUGS, 28 novembre 2014



- 1 Contexte : les prévisions de débits
- 2 Focus sur l'incertitude Hydro  $[Q|\mathcal{M}(P)]$
- 3 La méthode opérationnelle chez EDF
- 4 Une modélisation directe en série temporelle
- 5 Un assemblage bayésien
- 6 Limites & Perspectives

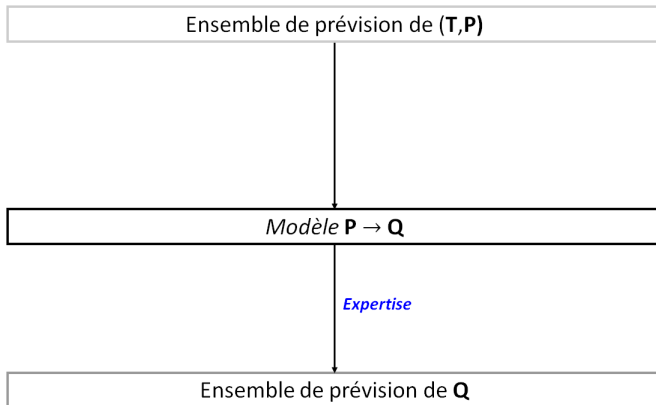
- 1 Contexte : les prévisions de débits
- 2 Focus sur l'incertitude Hydro  $[Q|\mathcal{M}(P)]$
- 3 La méthode opérationnelle chez EDF
- 4 Une modélisation directe en série temporelle
- 5 Un assemblage bayésien
- 6 Limites & Perspectives

# Les prévisions de débits : deux sources d'incertitudes

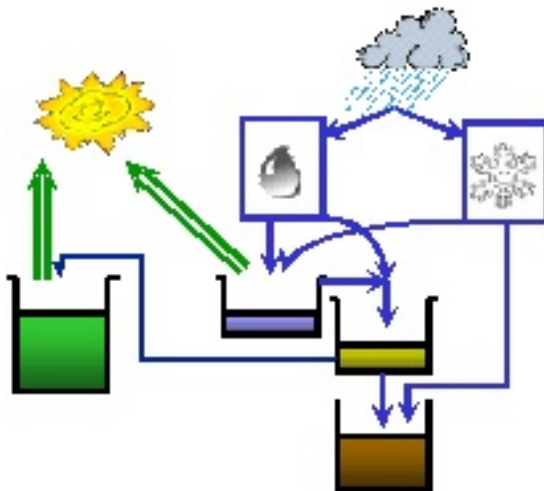


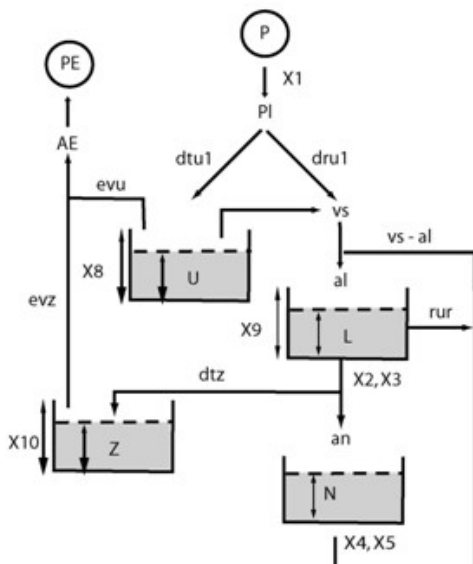
Images source : Matthieu Le Lay, EDF-DTG

# Structure Idéale...



# Un modèle conceptuel pluie-débit : MORDOR



Modèle conceptuel pluie-débit  $P \mapsto M(P)$ 

## Convolution des 2 sources d'incertitude météo et hydro

En suivant les règles du calcul des probabilités :

$$[Q|A] = \int_P [Q, P|A] dP$$

$$[Q|A] = \int_P [Q|P, A] \times [P|A] dP$$

Hypothèses additionnelles

- $[Q|P, A] = [Q|P]$  :  $P$  (la météo réelle) est *suffisante* pour prévoir  $Q$  (sans avoir besoin de  $A$ , l'ensemble des scénarios météos prévus)
- $[Q|P] = [Q|\mathcal{M}(P)]$  : Le modèle de transformation pluie débit  $P \mapsto \mathcal{M}(P)$  est *efficace*

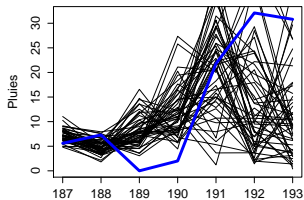
Composition des incertitudes hydrologiques  $Q|\mathcal{M}(P)$  et météorologiques  $P|A$  :

$$[Q|A] = \int_P [Q|\mathcal{M}(P)] \times [P|A] dP$$



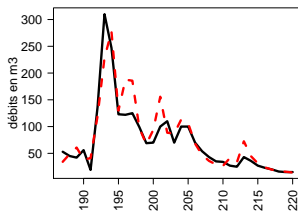
# Composition des 2 sources d'incertitude

Pluie tombée et membres 5/4/2008



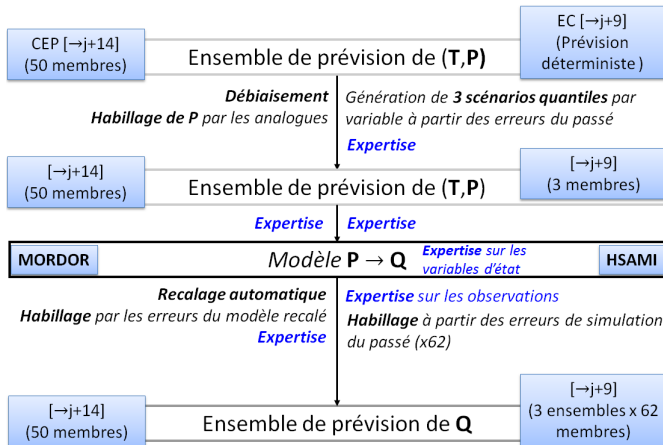
Incertainde Météo  $[P|A]$

Débits réels et modélisés: 5/4 au 8/5 2008



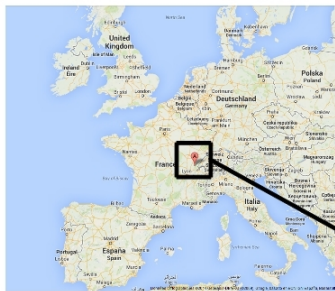
Incertainde Hydro  $[Q|\mathcal{M}(P)]$

# Le système mis en place à EDF-DTG & HQ

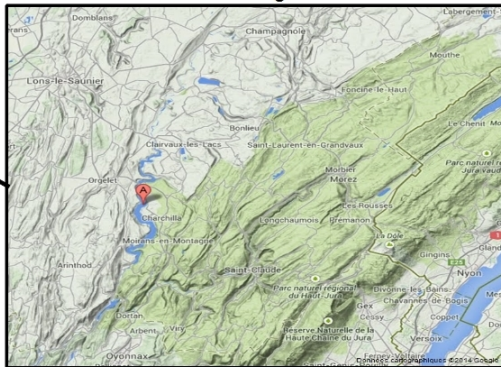


- 1 Contexte : les prévisions de débits
- 2 Focus sur l'incertitude Hydro  $[Q|\mathcal{M}(P)]$**
- 3 La méthode opérationnelle chez EDF
- 4 Une modélisation directe en série temporelle
- 5 Un assemblage bayésien
- 6 Limites & Perspectives

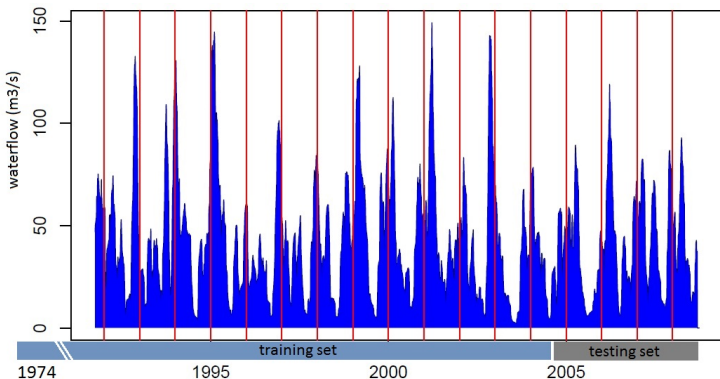
# Bassin de l'Ain à Vouglans



Ain's watershed at Vouglans – 1125 km<sup>2</sup>



# Données disponibles



- Débits observés
- Débits modélisés et variables d'état correspondantes

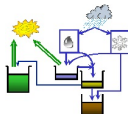
On teste les méthodes sur ces données en effectuant des prévisions à 7 jours.

# Focus sur l'incertitude Hydro $[Q|\mathcal{M}(P)]$

Nous souhaitons produire la fonction de répartition prédictive (multivariée) pour :

$Q_{1 \rightarrow 7}$	$\mathcal{M}(P_{1 \rightarrow 7})$	$(\mathcal{M}(P), Q)_{hist}$	$VE_{hist \rightarrow 7}$
Débit des 7 prochains jours	Débit modélisé pour les 7 prochains jours	Débits prévus et modélisés dans le passé	Covariables du modèle pluie-débit

$\mathcal{I}$

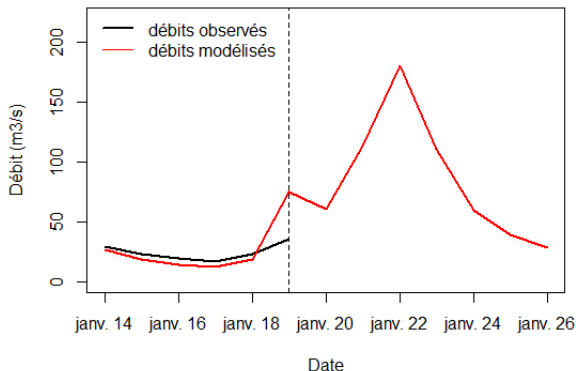


- quantité d'eau stockée dans des réservoirs fictifs
- quantité de neige
- proportion des apports venant de la fonte de la neige

- 1 Contexte : les prévisions de débits
- 2 Focus sur l'incertitude Hydro  $[Q|\mathcal{M}(P)]$
- 3 La méthode opérationnelle chez EDF**
- 4 Une modélisation directe en série temporelle
- 5 Un assemblage bayésien
- 6 Limites & Perspectives

# La méthode opérationnelle chez EDF

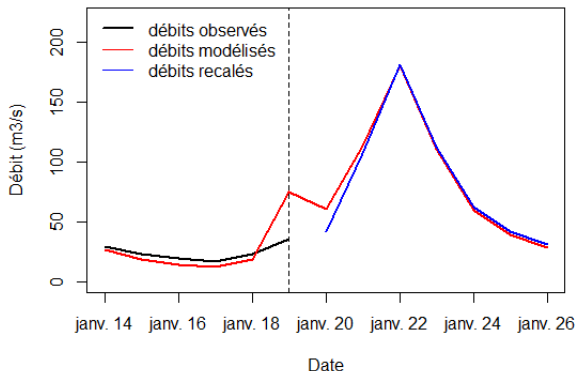
Etape 0 : trajectoire de débit prévue sans post-traitement (prévision déterministe)





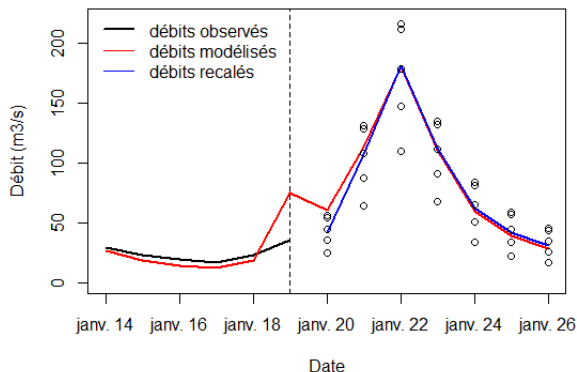
# La méthode opérationnelle chez EDF

Etape 1 : trajectoire de débit prévue après recalage (assimilation de données) (prévision déterministe)



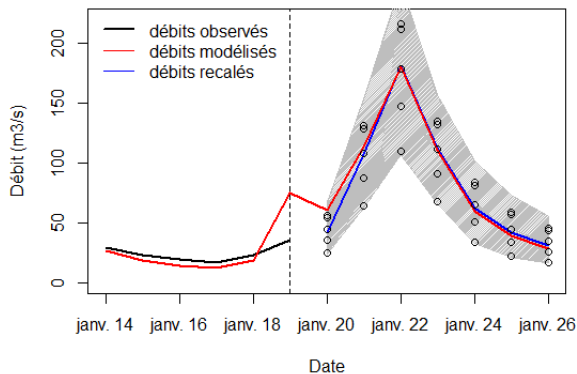
# La méthode opérationnelle chez EDF

Etape 2 : habillage des prévisions (1 densité prédictive par échéance de prévision)



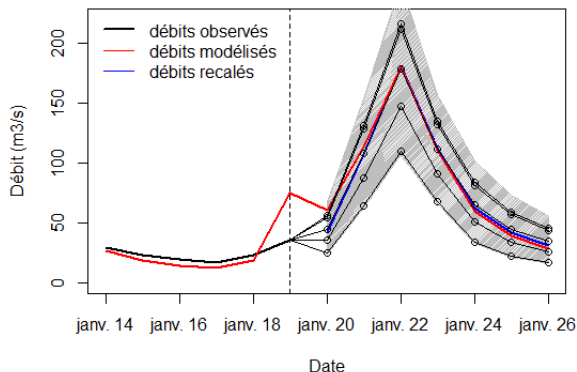
# La méthode opérationnelle chez EDF

Etape 2 : habillage de la prévision (1 densité prédictive par échéance de prévision)



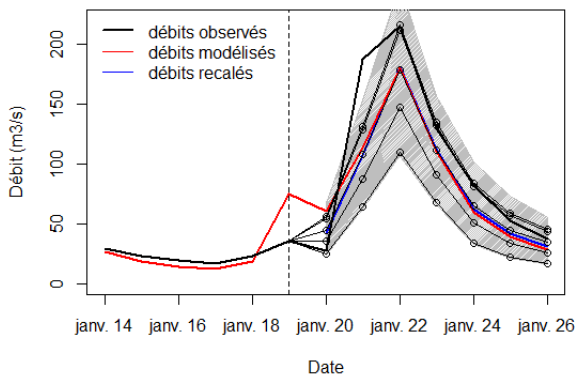
# La méthode opérationnelle chez EDF

Etape 3 : construction de trajectoires à partir des points de l'habillage  
(densité prédictive multivariée)



# La méthode opérationnelle chez EDF

Pb : Représentation de trajectoires temporellement cohérentes



- 1 Contexte : les prévisions de débits
- 2 Focus sur l'incertitude Hydro  $[Q|\mathcal{M}(P)]$
- 3 La méthode opérationnelle chez EDF
- 4 Une modélisation directe en série temporelle**
- 5 Un assemblage bayésien
- 6 Limites & Perspectives

# Approche de série temporelle

- **Une seule étape de modélisation multivariée**
- Un modèle avec une classification inspirée par l'expertise d'EDF
- Modèle de base similaire à celui de l'Ensemble Streamflow Prediction System de la NWS

# Décomposer la loi multivariée en produit de conditionnelles

On peut écrire :

$$[Q_{1 \rightarrow 7} | \mathcal{I}] = \prod_{h=1}^{h=7} [Q_h | Q_{1 \rightarrow h-1}, \mathcal{I}]$$

Par conséquent, pour tirer des scénarios dans  $[Q_{1 \rightarrow 7} | \mathcal{I}]$  :

(for  $h$  in 1, ..., 7) {  
     tirer  $q_h$  selon  $[Q_h | \mathcal{I}, q_1 \rightarrow q_{h-1}]$   
 }

...Nous n'avons ainsi que besoin d'un modèle conditionnel pour

$(Q_h | Q_{1 \rightarrow h-1}, \mathcal{I})$



# Un modèle ARX avec classification

Proposition de modélisation :

$$VE_{hist \rightarrow 7} \rightarrow classe_h$$

$$(Y_h | Y_{1 \rightarrow h-1}, \mathcal{I}, classe_h = c) = \mu_c + \beta_c Y_{h-3 \rightarrow h-1} + \gamma_c X_{h-1 \rightarrow h+1} + \sigma_c \varepsilon_h$$

$$\varepsilon_h \sim N(0, 1), \quad \varepsilon_{t'} \perp \varepsilon_t$$

$$Y = \ln(Q)$$

$$X = \ln(Q_{mod})$$

⇒ Gain en cohérence & simplicité par rapport à la méthode opérationnelle actuelle

⇒ Pb : Quid quand plus de conditionnement ? Calibration ? Raccord sur le comportement "climatique" ?

## Modélisation directe ARX $[Q|P]$ et calibration

Le modèle probabiliste ARX est *en principe* une loi *conditionnelle*  $[Q|P]$ .  
Vérifie-t-elle la bonne calibration ? c-a-d :

$$\begin{aligned} [Q] &= \int_P [Q, P] dP \\ &= \int_P [Q|P][P] dP \\ &\approx \frac{1}{G} \sum_{p_g \sim [P]} [Q|p_g] \end{aligned}$$

les  $G$  tirages  $g$  étant, en pratique, tout ou partie de l'échantillon disponible de  $P$ .

---

⇒ Aucune raison *théorique* d'être calibré : la météo  $P$  est subie ! On ne peut que vérifier, après le choix de  $[Q|P]$ , si la discrédance entre  $[Q]$  et  $\frac{1}{G} \sum_{p_g \sim [P]} [Q|p_g]$  est acceptable ou non !

- 1 Contexte : les prévisions de débits
- 2 Focus sur l'incertitude Hydro  $[Q|\mathcal{M}(P)]$
- 3 La méthode opérationnelle chez EDF
- 4 Une modélisation directe en série temporelle
- 5 Un assemblage bayésien**
- 6 Limites & Perspectives

## Idée

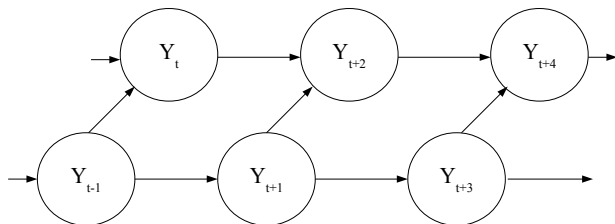
Formule de Bayes :

$$[Q|\mathcal{M}(P)] \propto [\mathcal{M}(P)|Q] \times [Q]$$

Interprétation phénoménologique :

- ①  $[Q]$  = régime naturel de la rivière : *a priori*, comment les débits évoluent-ils d'un pas de temps au suivant ?
- ②  $\mathcal{M}(P)$  , le débit imparfait fourni par le modèle pluies/débits est une *information* apportée sur l'état naturel du système, ici  $Q$ , le *vrai* débit.  $[\mathcal{M}(P)|Q]$  = *vraisemblance* du modèle statistique ! La nature  $Q$  (inconnue) délivre une information  $\mathcal{M}(P)$  (observable qui aidera à la caractériser).
- ③ Bayes= assimilation de l'information  $\mathcal{M}(P)$  pour de produire la loi prédictive  $[Q|P]$  en un temps où  $Q$  n'est pas connu ?

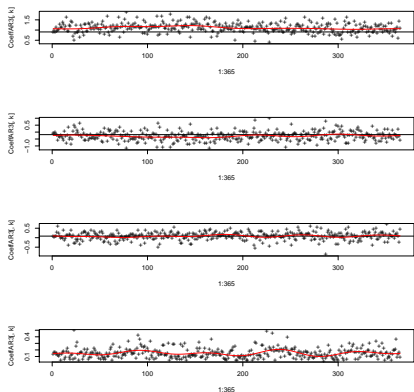
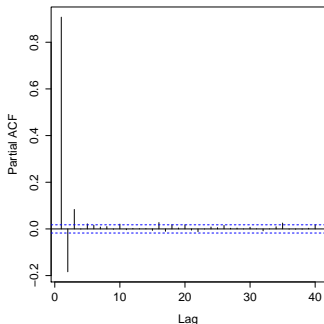
# Un modèle marginal $[Q]$ simple reliant les débits avec une mémoire à deux pas de temps



$$Y = \log(Q)$$

# L'Ain à Vouglans : graphe des autocorrelations partielles sur 34 années de débits transformés

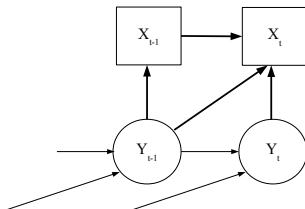
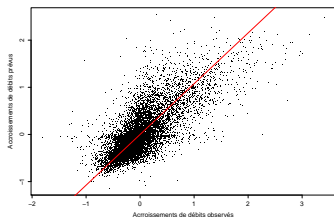
Anomalies de Log-débit



$$Y_{t+3} = \rho_{1,t} Y_{t+2} + \rho_{2,t} Y_{t+1} + \rho_{3,t} Y_t + \sigma_t \epsilon_t$$

$$Y = \log(Q), \epsilon_t \sim N(0, 1)$$

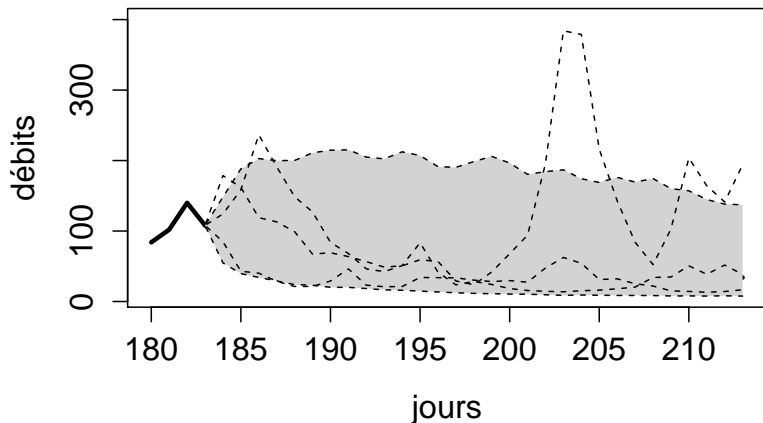
# L'Ain à Vouglans : graphe des accroissements de débits transformés prévus *versus* observés



$$X_{t+1} = \alpha_t X_t + \beta_{1,t} Y_{t+1} + \beta_{2,t} Y_t + \tau_t v_t$$

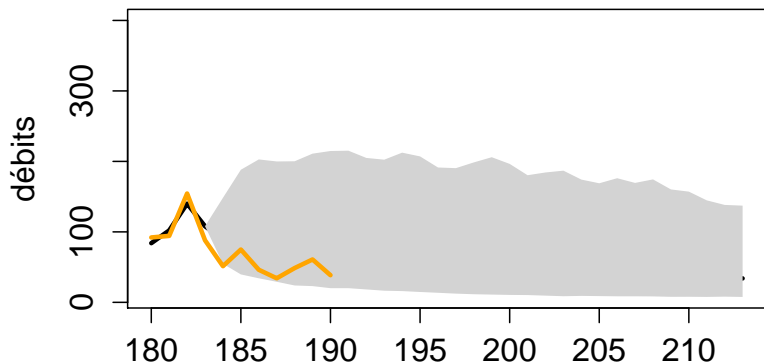
$$v_t \sim N(0, 1), Y = \log(Q), X = \log(\mathcal{M}(P))$$

# Prévision marginale d'un mois de débits à la station de Vouglans (Ain), en date du 1er avril 2008 (temps 183)

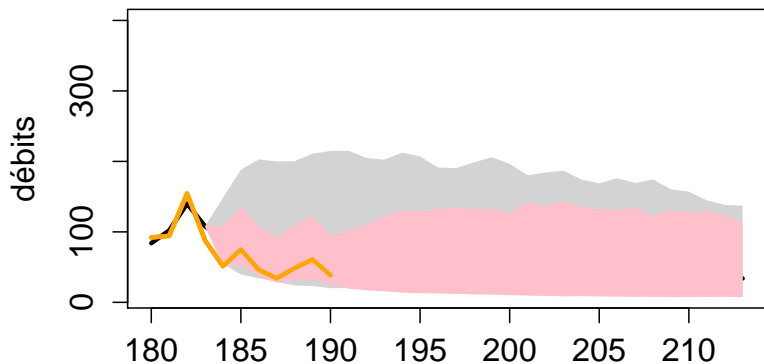




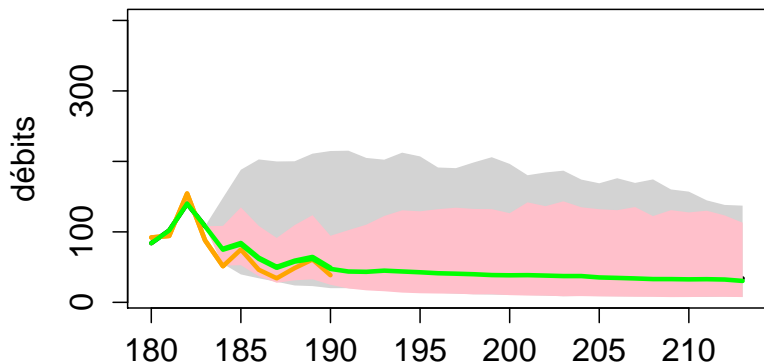
# Prévision marginale d'un mois de débits à la station de Vouglans (Ain), en date du 1er avril 2008 (temps 183)+info $\mathcal{M}(P)$



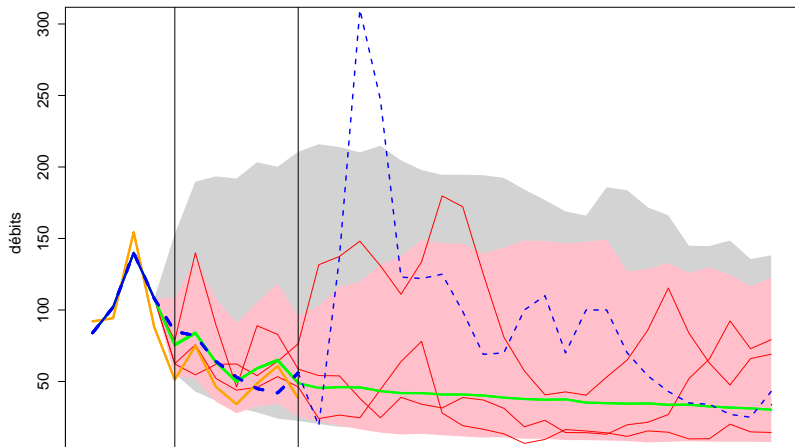
Prévision d'un mois de débits à la station de Vouglans (Ain), en date du 1er avril 2008 (temps 183)  
conditionnellement à  $\mathcal{M}(P)$



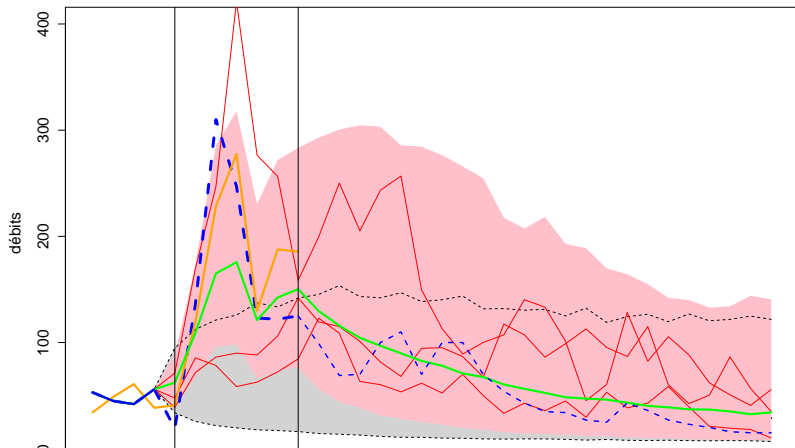
Prévision d'un mois de débits à la station de Vouglans  
(Ain), en date du 1er avril 2008 (temps 183)  
conditionnellement à  $\mathcal{M}(P)$



# Prévision d'un mois de débits à la station de Vouglans (Ain), en date du 1er avril 2008 (temps 183) conditionnellement à $\mathcal{M}(P)$



# Prévision d'un mois de débits à la station de Vouglans (Ain), en date du 8er avril 2008 (temps 190) conditionnellement à $\mathcal{M}(P)$



# Résultats

- Plus grande liberté de modélisation  $[Y]$  et aussi  $[X|Y]$  avec  $Y = \log(Q)$  et  $X = \log(\mathcal{M}(P))$
- Approche plus naturelle (état de la nature statistique= état de la nature hydro!) conduisant à un raccord à la climatologie à mesure que les débits modélisés deviennent moins informatifs
- Auto-calibrée (modélisation jointe  $[X, Y]$ )
- A l'encontre des réflexes traditionnels en régression : réponse=  $f(\text{var explicatives})!!!$

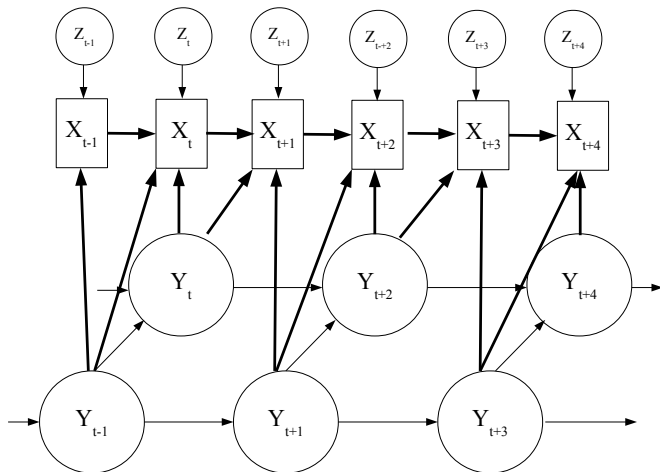
- 1 Contexte : les prévisions de débits
- 2 Focus sur l'incertitude Hydro  $[Q|\mathcal{M}(P)]$
- 3 La méthode opérationnelle chez EDF
- 4 Une modélisation directe en série temporelle
- 5 Un assemblage bayésien
- 6 Limites & Perspectives

# Limites de la méthode proposée

- Des hypothèses de normalité conjointe injustifiées (en particulier homogénéité des résidus)
- Pertes de conjugaison normal-normal (Kalman) : vers les filtres particuliers
- Classification ? Introduire des modes de fonctionnement suivant type de régimes hydrologiques



# Modèle avec déclenchement du mode d'occurrence des débits prévus $M(P)$ selon une variable cachée $Z_t$



# Perspectives

- Adaptation de la méthode aux bassins d'EDF et d'Hydro-Québec
- Mettre en place une classification non supervisée
- Se comparer aux méthodes opérationnelles déjà implantées
- Exploiter la cohérence spatiale
- Modéliser l'incertitude météo (membres d'ensemble)
- Mesurer le gain dû à l'intervention de l'expertise...

**Merci pour votre attention !**

- [1] Eva Maria Furrer, Christiane Jacques, and Anne-Catherine Favre.  
Short term discharge prediction using a markovian regime switching model.  
technical report, INRS-ETE, 2006.
- [2] Henry Herr, Edwin Welles, Mary Mullusky, Limin Wu, John Shaake, and Dongjun Seo.  
Probabilistic hydrologic forecasting : An ensemble approach.  
In *Second Federal Interagency Hydrologic Modelling Conference, Las Vegas, NV*, volume 28, 2002.
- [3] Roman Krzysztofowicz.  
Bayesian system for probabilistic river stage forecasting.  
*Journal of Hydrology*, 268(1) :16–40, 2002.
- [4] Roman Krzysztofowicz and Coire J Maranzano.  
Bayesian system for probabilistic stage transition forecasting.  
*Journal of Hydrology*, 299(1) :15–44, 2004.
- [5] Zhan-Qian Lu and L Mark Berliner.  
Markov switching time series models with application to a daily runoff series.  
*Water Resources Research*, 35(2) :523–534, 1999.
- [6] T. Mathevet.  
Erreur empirique de modèle.  
Note technique interne D4165/NT/2010-00395-A, EDF-DTG, 2010.

## Operational situation

(Inspired from [3]) The distribution of interest is  $[Q|M_{mod}, hist]$  ( $M_{mod}$  : meteorological ensemble forecast). We have :

- $[Q|Q_{mod}, VE, hist]$  ( $Q_{mod}$  : modelled waterflow when  $M$  is known),
- $[Q_{mod}, VE|M]$  (through the RRM)
- $[M|M_{mod}]$  (ensemble forecasts scenarios are supposed to be drawn from  $[M]$ )

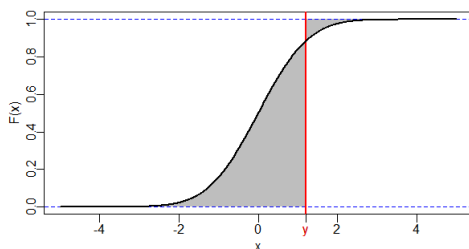
$$[Q|M_{mod}, hist] = \int [Q|Q_{mod}, VE, M_{mod}, hist] [Q_{mod}, VE|M_{mod}, hist] d(Q_{mod}, VE)$$

$$[Q_{mod}, VE|M_{mod}, hist] = \int [Q_{mod}, VE|M, M_{mod}, hist] [M|M_{mod}, hist] dM$$

$$[Q|M_{mod}, hist] = \int [Q|Q_{mod}, VE, hist] \int [Q_{mod}, VE|M] [M|M_{mod}] dM d(Q_{mod}, VE)$$

# CRPS (Continuous Rank Probability Score)

$$\begin{aligned}
 CRPS(F_t, q_t) &= \int (F_t(x) - 1_{q_t \leq x})^2 dx \\
 &= \mathbb{E}_{F_t} |X - q_t| - \frac{1}{2} \mathbb{E}_{F_t} |X - X'|
 \end{aligned}
 \quad (\text{to be minimized})$$

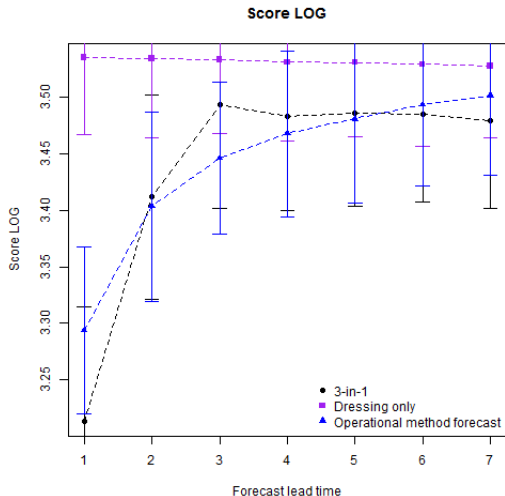


Property (proper scoring rule) : if  $G$  is the “true” distribution of  $Q$ , then  $\mathbb{E}_G CRPS(G, Q) \leq \mathbb{E}_G CRPS(F, Q) \quad \forall F$

We consider  $\overline{CRPS} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T CRPS(F_t, q_t)$

# Logarithmic score results

(evaluation of marginal overall quality)



# Reliability diagram results

Reliability diagram for total amount of water in 7 days (evaluation of joint overall quality)

